Phys. sp.
303

Phys. Sp. ~~37.~~ 303.

Physica. p. ~~230.~~

R

Die Lehre
von der
gleichförmig beschleunigten Bewegung
aus
dem wahren Begriffe
der
gleichförmig beschleunigend wirkenden Kraft
abgeleitet

von

Joh. Jos. Ign. Hoffmann,

Professor der Physik zu Aschaffenburg, Mitglied der Departemental-gesellschaft der Wissenschaften und Künste zu Mainz.

Mit einer Kupfertafel.

Heidelberg,
bey Mohr und Zimmer.
1807.

254

Bayerische Staatsbibliothek München

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Dem Herrn

Nicolaus Joseph Brahm,

der Rechte Licentiat, der Fürstl. Primat. obersten Justizstellen zu Aschaffenburg Advocat, Mitglied der Departementalgesellschaft der Wissenschaften und Künste zu Mainz ꝛc.

als

ein Zeichen

seiner Freundschaft und Hochachtung

gewidmet

von

dem Verfasser.

Vorerinnerung.

Indem ich diese kleine Schrift dem entscheidenden Urtheile der unpartheyischen Sachkundigen empfehle, muß ich einiges über ihre Veranlassung und ihren Endzweck bemerken.

Als ich die Theorie der gleichförmig beschleunigten Bewegung zum erstenmal studirte, vermißte ich in ihrer Darstellung jenen Grad von Evidenz, welcher das Eigenthümliche anderer Sätze der reinen Bewegungslehre ist. Der Begriff von der stetig oder ununterbrochen wirkenden Kraft, wie man ihn bisher angab, blieb mir mit Nebel umhüllt, welche ich nicht zu zerstreuen vermochte. Diesen Mangel an Klarheit schrieb ich damals mehr meiner unreifen Einsicht, als der Dunkelheit der Sache zu.

In der Folge mußte ich diese Lehre öffentlich vortragen, und bey dem Bestreben, meinen Zuhörern eine so schwierige Materie aufs deutlichste auseinander zu setzen, erneuerten sich die ehemaligen Zweifel.

Dieses bewog mich, die Meinungen anderer Schriftsteller nachzuschlagen, ihre verschiedene Darstellungen, welche sich sämmtlich auf die arithmetische und auf die geometrische Beweisart zurückbringen lassen, zu vergleichen, und den Werth ihrer Systeme zu prüfen. Allein keines gewährte mir eine gründliche Belehrung.

Hierdurch wurde ich genöthigt, der Sache weiter nachzudenken, und zu versuchen, ob mir es vielleicht gelänge, diese Lehre mit einem höhern Grade von Klarheit zu entwickeln.

Die Gründe hierzu fand ich in der wahren Bestimmung des Begriffs von der gleichförmig beschleunigend wirkenden Kraft, wodurch ich veranlaßt wurde, von der gewöhnlichen Bedeutung dieses Worts abzugehen.

Sollte diese kleine Abhandlung etwas dazu beytragen, das Wesen und die Gesetze der gleichförmig beschleunigenden Bewegung überzeugender, als es bisher geschehen ist, darzustellen, oder auch nur eine neue Ansicht der Sache zu eröffnen, welche schärfere Seher auf gründlichere Resultate leitet, so ist ihr Zweck in vollem Maaße erreicht.

Aschaffenburg im Juny 1807.

Joh. Jos. Ign. Hoffmann.

Die Lehre

von der gleichförmig beschleunigten Bewegung.

I.

Entwickelung einiger Vorbegriffe.

1. Obgleich man sich in der Naturlehre unter dem Worte Kraft dasjenige denkt, was eine Bewegung hervorbringt, oder hemmt, so muß man doch freymüthig gestehen, daß dieser Begriff nur die Wirkung der physischen Kräfte bezeichne. Denn es ist schlechterdings unmöglich, die Ursache dieser Wirkung genau einzusehen, d. h. das Wesen der Kraft zu ergründen.

Die Kraft der Schwere, welche die Körper auf unserem Erdballe belebt, die allgemeine Gravität, welche die Himmelskörper zu einem gemeinschaftlichen Ganzen verbindet, die Wurfkraft, wodurch der schiefgeworfene Körper in Verbindung mit der Schwere eine parabolische

Bahn beschreibt, die Kräfte der chemischen Affinität, durch deren Wirkung die Substanzen bald in einfachere Theile getrennt, bald zu zusammengesetzteren verbunden werden, die Kraft der Wärme und des Lichts, die Muskelkraft der Thiere sind, nebst so vielen andern Kraftäußerungen in der Natur, dem Naturforscher ein unerklärliches Räthsel, sobald er diese Agentien an sich bestimmen und die Natur ihrer Wirkung ergründen will.

2. Auf ähnliche Art verhält es sich mit der Kraft, welche in der reinen Bewegungslehre den mancherley Phänomenen als das wirkende Agens zum Grunde liegt. Auch hier ist man nur im Stande, die verschiedenen Gattungen der Bewegungen anzugeben, die Gesetze, welche sie beherrschen, zu entwickeln, und hierauf ein System der reinen Bewegungslehre zu gründen, ohne daß man die Ursache, welche dem Phänomen der Bewegung zum Grunde liegt, die Bewegkraft selbst, ihrer Wesenheit nach zu bestimmen vermag.

3. Hierdurch verliert aber diese Lehre weder an überzeugender Strenge, noch an practischer Anwendung. Die letzte Ursache der Bewegung mag seyn, was sie wolle, so hindert dies nicht, aus dem allgemeinen einleuchtenden Begriffe der Bewegkraft die mancherley Phänomene abzuleiten, welche aus den aufgestellten Bewegungsgesetzen entspringen, und nachher einen so befriedigenden Aufschluß über die Bewegungen der Körper unserer Sinnenwelt ertheilen. Genug ist es hier, daß man

in dieser Lehre von einem Begriffe ausgeht, dessen Realität von Niemand angetastet oder bezweifelt werden kann.

4. Da die reine Bewegungslehre noch nicht von der Anwendung der Bewegungsgesetze auf wirkliche Bewegungen der Körper unserer Sinnenwelt handelt, so ist es hierbey auch vergönnt, sich unter dem Körper nichts anders, als das Bewegliche im Raume zu denken, und so zugleich von allen physischen Eigenschaften zu abstrahiren, welche uns die Sinne an den verschiedenartigen Materien entdecken. Da sich kein Körper bewegen kann, ohne daß sich die Summe seiner materiellen Theilchen zugleich mit bewegt, so läßt sich die Bewegung des ganzen Körpers auf die Bewegung eines physischen Puncts reduciren, wodurch die Gesetze der geradlinigten und krummlinigten Bewegung einen noch höheren Grad von Faßlichkeit erhalten, weil sie sich, auf geometrische Art, an der Construction der Linien nachweisen lassen.

5. Die Materie überhaupt, wie man sich dieselbe hier denkt, hat keine innere Fähigkeit, durch sich selbst den Zustand zu verändern, worin sie sich wirklich befindet. Ist sie daher einmal in Ruhe, so bleibt sie so lang darin, bis eine äußere Kraft auf sie wirkt und sie aus dem Stande dieser Ruhe in den Zustand der Bewegung versetzt. Wird sie hingegen einmal durch den Impuls einer solchen Kraft zur Bewegung sollicitirt, so beharret sie auch, wegen dieser Unfähigkeit den einmal angenommenen Zustand durch sich selbst zu verlassen, so lange in

dieser Bewegung, bis eine andere äußere Kraft ihre Bewegung ändert, modificirt, oder sie aller Bewegkraft beraubt und zur Ruhe bringt. Dies ist die Trägheit der Materie, die man mit Unrecht für eine eigene den Körpern beywohnende Kraft ansieht, weil sie gerade die Abwesenheit einer wirkenden Kraft andeutet.

6. Auch kann der Körper, wie man sich ihn hier vorstellt, einer von aussen auf ihn einwirkenden Kraft schlechterdings keinen Widerstand leisten. Denn der Begriff einer widerstehenden Masse setzt in der Materie das Daseyn einer eigenthümlichen Kraft zum voraus, die ihn ursprünglich nach einer bestimmten Richtung zu bewegen strebt. Die Materie aber, welche als blos beweglich gedacht wird, besitzt keine solche ihr beiwohnende Urkraft, und kann daher auch keiner auf sie wirkenden Bewegkraft widerstehen. So lange daher eine Einzige Kraft zur Bewegung eines Körpers wirkt, so lange muß auch diese ganze Kraft ihre volle Wirkung auf denselben äussern, da ihre Wirkung durch nichts gehemmt oder vermindert wird.

7. Die Art und Weise, wie eine solche äussere Kraft auf den Körper wirkt und ihm selbst gleichsam ihre Thätigkeit mittheilt, um ihn aus dem Stande der Ruhe in jenen der Bewegung zu versetzen, oder umgekehrt, ist uns ganz und gar unbekannt. Die Mittheilung dieser Kraft bleibt unserm Forschgeiste wahrscheinlich auf immer ein physisches Geheimniß. Da indessen der Körper

aus der Ruhe zur Bewegung gebracht wird, und man sich keinen Zustand desselben denken kann, in welchem er weder ruhete, noch sich bewegte, so erhellet, daß hier Bewegung und Ruhe unmittelbar an einander grenzen, ohne daß man eine Zwischenzeit angeben könnte, welche nach dem letzten Momente der Ruhe und vor dem ersten der Bewegung statt hätte. Daher muß die Kraft, welche den Körper afficirt, momentan, d. h. in einem und demselben Zeittheilchen, wirken, und es kann von dem Impuls der Kraft, bis zur wirklichen Bewegung des Körpers nicht die mindeste Zeit mehr verfließen. Die Bewegkraft ist hier Ursache, und die Bewegung ihre Wirkung. Ursache und Wirkung sind aber unzertrennlich verbunden, und in eben dem Momente, worin man jene setzt, muß auch zugleich diese angenommen werden.

8. Die Wirkung, welche die Bewegkraft durch ihren augenblicklichen Impuls auf den zu bewegenden Körper hervorbringt, äußert sich auf eine dreyfach verschiedene Weise:

a. daß die Materie sich nach einer geraden Richtung bewegt;
b. daß diese Bewegung sich ohne Ende forterstreckt, und
c. daß sie eine gleichförmige ist.

Ausser diesem läßt sich bey der Bewegung nichts anders mehr denken.

9. Da man sich keine Bewegung ohne eine Ortsveränderung vorstellen kann, so wird der in Bewegung gesetzte physische Punct, indem er stetig in seiner Bahn weiter rückt, nothwendigerweise eine Linie beschreiben, welche offenbar eine gerade seyn muß. Denn die Bewegkraft, welche wirklich auf den Punct wirksam ist, setzt ein Bestreben voraus, denselben nach und nach durch stetiges Fortrücken in verschiedene Puncte des Raums zu bringen. Dieses muß nothwendig nach irgend einer Richtung geschehen, weil sich ohne Richtung keine wirkliche Bewegung denken läßt. Die Bewegkraft wirkt aber nur in einem ungetheilten Augenblicke (7.). Folglich ist auch die dem Körper durch sie mitgetheilte Richtung nur Eine einzige, und muß folglich eine gerade seyn, da jede krumme Linie in ihren einzelnen Theilen sich nach verschiedenen Richtungen erstreckt.

10. Eine Kraft, die auf einen Körper wirkt, der ihr, als eine nicht widerstehende Masse (6.) keinen Widerstand leistet, kann auch von Seiten dieses Körpers selbst nicht in ihrer Wirkung aufgehoben oder vermindert werden. Auch ist hier von keinem widerstehenden Mitteldinge die Rede, noch setzt man eine andere äussere Kraft, welche der ersteren zum Theile oder vollkommen entgegengesetzt wäre. Daher muß die anfangs wirkende Kraft immer fortwirken, den Körper gleichsam immer begleiten und ihn nothwendig in einer immerwährenden

Bewegung erhalten. Sobald man das Daseyn einer wirkenden Kraft setzt, so nimmt man eben hierdurch auch sogleich schon ihre Wirkung an, welche durch nichts anders gehemmt werden kann, als durch eine zweyte Kraft, welche der ersten entweder ganz oder zum Theil entgegenwirkt. Da also keine Kraft in der Natur durch sich selbst erlöschen kann, so muß auch wohl jede Kraft, welche durch nichts in ihrer Thätigkeit gehindert wird, ins Unendliche fortwirken, und folglich den Körper, den sie durch einen momentanen Impuls afficirte, in gerader Linie ohne Ende fortbewegen.

11. Daß aber auch diese aus der Wirkung Einer Kraft hervorgehende Bewegung eine gleichförmige seyn müsse, ist eben so deutlich einzusehen. Denn es ist klar, daß die Kraft nur nach eben dem Grade der Intensität fortwirken könne, mit welchem sie im ersten Augenblicke die Bewegung begann, weil nichts vorhanden ist, was den Grad ihrer ursprünglichen Stärke vermehren oder vermindern könnte. Sollte diese Bewegung des Körpers nicht gleichförmig geschehen, so müßten einmal in gleichen Zeiten größere oder kleinere Räume zurückgelegt werden. In jenem Falle müßte sich die Bewegkraft vermehrt, und in diesem müßte sie sich vermindert haben, was man doch um deswillen nicht annehmen kann, weil diese Kraft, wie man sich hier vorstellt, eine beständige und sich immer gleiche Größe bleiben muß.

12. Aus diesen Betrachtungen geht zugleich der Unterschied hervor, welchen man in Ansehung der Kräfte festsetzen kann, welche die Körper zu einer solchen gleichförmigen Bewegung sollicitiren. Es kömmt hierbey alles auf die Größe des Raumes an, welcher von dem physischen Puncte durch die auf ihn wirkende Kraft innerhalb einer gewissen zur Einheit angenommenen Zeit beschrieben wird. Man kann hier diesen Raum gleichsam als die Wirkung ansehen, welche aus der Bewegkraft entspringt, und es ist klar, daß sich bey zwey in Bewegung gesetzten Puncten die Intensitäten der ihr zum Grunde liegenden Kräfte, bey gleichen Zeiten, gerade so wie die durchlaufenen Räume verhalten. Beschreibt z. B. der eine Körper binnen der nämlichen Zeit den halben, doppelten oder dreyfachen Raum als der andere, so ist die Größe der zu dieser Bewegung verwendeten Kraft bey jenem Körper halb, doppelt oder dreyfach so groß als bey diesen. Der Fall, wo die eine Kraft den Körper durch einerley bestimmten Raum in einer kürzern Zeit, als die andere führt, läßt sich auf den vorigen zurückbringen, indem jetzt der Körper, der zum Durchlaufen einer gegebenen Bahn eine kürzere Zeit erfodert, in gleicher Zeit durch einen so vielmal größeren Raum fortbewegt werden müßte.

13. Dies sind die Vordersätze, welche ich der strengen Prüfung der Lehre von der gleichförmig beschleunigten Bewegung, als dem eigentlichen Zwecke dieser

Schrift, vorausschicken mußte, um das Folgende mit dem Vorhergehenden in gehörige Verbindung und systematischen Zusammenhang zu bringen. Ich trete diesem Zwecke näher, indem ich zuerst das Problem vortrage, um dessen evidente Auflösung es eigentlich zu thun ist, hierauf die verschiedenen Systeme anderer Schriftsteller über diese Materie critisch darstelle, und zum Schlusse die Gründe beyfüge, warum die bisher für die gleichförmig beschleunigte Bewegung aufgestellten Gesetze nichts weniger als mit strenger Evidenz bewiesen sind.

14. Die in dieser Theorie zu beantwortenden Fragen sind folgende: Worin besteht die Natur der gleichförmig beschleunigten Bewegung? Wie muß man sich die Wirkung der Kräfte vorstellen, damit sich die durch sie belebten Körper gleichförmig beschleunigt bewegen? Und welches sind die Gesetze, welche man als Bedingungen für diese Bewegung aufstellen kann?

Alle Schriftsteller wurden durch ihre bisherigen Untersuchungen auf folgende Resultate geführt:

I. Bey der gleichförmig beschleunigten Bewegung verhalten sich die Räume, welche in gleichen aufeinander folgenden Zeiten zurückgelegt werden, wie die Zahlen der arithmetischen Progression: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 u. s. w.

II. Die Räume, welche in den zusammengenommenen Zeiteinheiten durchlaufen werden, stehen im geraden Verhältniß der Quadrate der Zeiten; und

III. Ein Körper, der sich während einer gewissen Zeit durch einen bestimmten Raum gleichförmig beschleunigt fortbewegt, hat am Ende dieser Zeit durch seine Beschleunigung eine Kraft erhalten, welche im Stande ist, ihn in der zweyten gleichgroßen Zeit durch den doppelten Raum zu führen, wenn gleich während dieser Zeit die beschleunigende Kraft ganz und gar zu wirken aufhört.

15. So allgemein nun auch diese Gesetze als streng erwiesene Wahrheiten angenommen sind, so wenig evident scheint die Art und Weise, wie sie von den mir bekannten physischen Schriftstellern dargestellt werden. Keiner von ihnen konnte mich hier völlig befriedigen, und in jeder Darstellung herrschen, wo nicht offenbare Mängel und Unrichtigkeit, doch zum wenigsten kleinere Unvollkommenheiten, welche ihrer Evidenz entgegenstehen. Ich nahm mir daher vor, diesen wegen seiner Anwendung auf den freyen Fall der Körper, auf die Bewegung der Pendel und andere wichtige physische Lehren so unentbehrlichen Gegenstand besonders zu betrachten und zu versuchen, ob es nicht möglich sey, ihn mit geometrischer Klarheit und Ueberzeugung vorzutragen. Der Weg hierzu

kann nur in der genauen Bestimmung liegen, wie eigentlich die Bewegkraft auf den beweglichen Punct wirken müsse, um in ihm eine gleichförmig beschleunigte Bewegung hervorzubringen. Ich verfolgte ihn, und fand, indem ich eine überzeugende Darstellung für die gewöhnlichen Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung suchte, zu meinem Erstaunen, daß man sogar die strenge Wahrheit dieser Gesetze selbst in Zweifel ziehen müsse, und daß sie sich nicht mit völliger Schärfe darstellen lassen, sobald man diese Lehre aus dem wahren Begriffe der gleichförmig beschleunigend wirkenden Kraft zu entwickeln sucht. Ehe ich jedoch dieses ausführlicher zeige, will ich zuvor die Darstellungen anderer Physiker anführen und ihre Systeme prüfen.

II.

Darstellung und Prüfung der Systeme Anderer.

16. In den Grundlehren der Physik von R. J. Hauy, aus dem Franz. von J. G. L. Blumhof, Weimar, 1804. I. Thl. findet man S. 54—56 folgende Darstellung:

§. 46.

„Wir haben gesehen, daß ein in Bewegung gesetzter Körper von selbst die nämliche Geschwindigkeit und die-

selbe Richtung, welche er im ersten Augenblicke hatte, zu behalten strebt. Wenn aber eine Kraft, deren Wirkungen auch in gleichen Zeiten gleich sind, ununterbrochen auf diesen Körper wirkt, so wächst seine Geschwindigkeit beständig und auf eine gleichförmige Art."

§. 47.

„Von dieser Art ist die Bewegung, welche die Schwere in dem Körper hervorbringt, auf den sie wirkt. Um das Gesetz der daraus entstehenden Beschleunigung recht einzusehen, wollen wir annehmen, ein Körper brauche eine bestimmte Zeit, z. B. 3 oder 4 Secunden, um von einer gewissen Höhe zu fallen. Wir können uns diese Zeit, als aus einer unzähligen Menge unendlich kleiner Zeittheilchen zusammengesetzt, vorstellen, und dann sieht man ein, daß der bewegte Körper in dem ersten Zeittheilchen einen unendlich kleinen Grad der Geschwindigkeit durch die Schwere erhält, und daß in jedem der folgenden Augenblicke ein gleicher Grad der Geschwindigkeit zur vorhergehenden hinzukömmt; so daß die Geschwindigkeiten des bewegten Körpers, während den verschiedenen aufeinander folgenden Perioden seines Falles wie die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, u. s. w. wachsen werden. Hieraus folgt, daß die Anzahl Grade der Geschwindigkeit, welche der bewegte Körper nach und nach erhält, immer der Anzahl von Zeittheilchen, wäh-

rend der Dauer seines Falles, gleich sind, d. h. daß die Geschwindigkeit wie die Zeit wächst."

„Wir wollen setzen, ein rechtwinklichtes Dreyeck scb (man sehe fig. 1.) sey durch die Linie gh, il, kn, die mit der Grundlinie bc parallel sind, so getheilt worden, daß die zwischen diesen Linien enthaltenen Theile sh, hl, nl u. s. w. einander gleich sind. Wenn man annimmt, daß diese Theile z. B. Secunden der Zeit vorstellen, so wird gh die von dem bewegten Körper am Ende einer Secunde erlangte Geschwindigkeit, und il die nach zwey Secunden erlangte vorstellen, u. s. w. Denn da die Linien gh, il, kn sich verhalten wie die Linien sh, sl, sn u. s. w., so verhalten sich auch eben so die ersten zu den andern, wie die Geschwindigkeiten und die Zeiten.

„Gedenkt man sich nun den Triangel scb wieder durch eine unendliche Menge zwischen s und gh, gh und il, il und kn u. s. w. enthaltene Linien getheilt, so werden diese Linien von dem Punct s an zu rechnen, die Geschwindigkeiten, während den aufeinander folgenden unendlich kleinen Zeittheilchen, woraus die durch sh, sl, sn u. s. w. ausgedrückten Zeiten zusammengesetzt sind, vorstellen. Und weil diese Geschwindigkeiten nichts anders, als die während den correspondirenden Zeittheilchen zurückgelegten kleine Räume bedeuten, und weil der Triangel shg die Summe derjenigen Räume ist, welche der durch sh gemessenen Zeit gleich sind, so

wird diese Summe den während der ersten Secunde durchlaufenen Totalraum vorstellen. Eben so bezeichnet der Triangel s i l den während der beyden ersten Secunden zurückgelegten Raum ꝛc. Denn die Triangel s g h, s i l u. s. w. verhalten sich wie die Quadrate ihrer Höhen s h, s l u. s. w. Hieraus folgt, daß die von dem bewegten Körper vom Anfange seiner Bewegung durchlaufenen Räume sich wie die Quadrate der dazu angewandten Zeiten verhalten müssen. Weil nun die durch s h, s l, s n u. s. w. vorgestellten Zeiten sich wie die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, u. s. w. verhalten, so müssen auch die correspondirenden Räume sich wie die Quadrate dieser Zahlen, also wie 1, 4, 9, 16, 25 u. s. w. verhalten."

„Die beyden andern Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung, welche in den folgenden § § dargestellt werden, sind aus diesen ersten richtig abgeleitet.

17. Diese Darstellung der Sache ist nicht evident, und es läßt sich dagegen Folgendes einwenden.

a. Wird hierbey nicht deutlich entwickelt, auf was für eine Art und Weise eigentlich die Kraft auf einen Körper wirken muß, um ihm eine gleichförmig beschleunigte Bewegung mitzutheilen. Es wird nur gesagt: „wenn eine Kraft, deren Wirkungen auch in gleichen Zeiten gleich sind, ununterbrochen auf diesen Körper wirkt, so wächst seine Geschwindigkeit beständig und auf eine gleichförmige Art," ohne dabey genau zu bestimmen,

worin denn eigentlich diese ununterbrochene Wirkung der Kraft bestehe und was sie hervorbringe. Eine ununterbrochen wirkende Kraft kann doch dem Worte nach nichts anders heißen, als eine solche, welche während einer willkührlich gesetzten Zeit ohne Unterbrechung, d. h. ohne einmal aufzuhören, ihre Wirkung äussert. Es ließ sich also innerhalb dieser Zeit kein, auch noch so kleiner, Theil angeben, worin man nicht eine Aeusserung dieser Kraft setzen müßte. Die Zeit sey eine Secunde, und in dieser nehme man z. B. 1000 kleine Zeittheilchen an, so müßte man hierin auch 1000 einzelne Wirkungen der Kraft setzen. In dem tausendsten Theil der Secunde lassen sich aber nach dem Gesetze der Stetigkeit, wieder 1000 gleiche Zeittheilchen annehmen, worin die Kraft von neuem wieder 1000 Wirkungen, der ersten gleich, hervorbringen mußte. Man hätte daher schon für die Zeitsecunde 1000 mal 1000 oder 1000000 Wirkungen der zum Grunde gelegten Kraft. Da man in dieser Eintheilung immer weiter fortgehen kann, so erhellet, daß man einmal in der Zeit der Secunde millionmal Million und noch mehrere Wirkungen derselbigen Kraft annehmen mußte, wovon man sich doch offenbar gar keinen, oder doch keinen deutlichen Begriff zu machen im Stande ist. Noch mehr. Da man sich in der zum Grund gelegten Secunde unendlich viele Zeittheilchen, d. h. so viele denken darf, daß ihre Anzahl jede gegebene noch so große Zahl übersteigt, so

müßte man sich auch für diese Secunde eine eben so oft wiederhohlte und eben so sehr vervielfältigte Wirkung der ersten Kraft vorstellen können, ja man müßte behaupten, daß die durch den ersten augenblicklichen Impuls auf den Körper wirksame Kraft, in dem kleinen Zeitraume einer Secunde ihre einmalige Wirkung unendlich oft äussere, wobey man sich doch schlechterdings nichts deutliches denken kann.

b. Auch läßt sich nach der obigen Darstellung nicht behaupten, daß der bewegte Körper in dem ersten Zeittheilchen einen unendlich kleinen Grad der Geschwindigkeit durch die Schwere erhält, und daß in jedem der folgenden Augenblicke ein gleicher Grad der Geschwindigkeit zur vorhergehenden hinzukömmt, so daß die Geschwindigkeiten während der verschiedenen Perioden seines Falles, wie die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 u. s. w. wachsen werden. Denn wenn man sich die Zeiteinheit einer Secunde in eine unendliche Menge Momente getheilt vorstellt, so muß man sich auch zugleich denken, daß von dem einen dieser Zeittheilchen bis zum nächsten die Bewegung des Körpers selbst schon beschleunigt seyn muß und folglich nicht als eine gleichförmige angenommen werden kann, wie dieses doch der obigen Erklärung zum Grunde liegt. Erlaubt man sich's einmal, die Zeiteinheit in eine zahllose Menge kleiner Momente zu theilen, so kann man zwischen zwey solcher zunächst aneinander angrenzenden Augenblicke noch so

viele kleinere setzen, und die Bewegung kann durch jene beyde Zeittheilchen nicht gleichförmig gehen, sondern sie muß auch hier offenbar schon beschleunigt seyn.

c. Eben so wenig evident ist nun auch die Vorstellungsart des Verhältnisses der Zeit und Geschwindigkeit durch das Dreyeck s a b. Wenn man gleich auch annehmen kann, daß für die erste Secunde s h die verlangte Geschwindigkeit am Ende dieser Zeit durch die Linie g h ausgedrückt werden kann, so ist es doch offenbar irrig, daß für die zwey Secunden s h + h l = s l die Geschwindigkeit durch i l dargestellt werden könne. Denn in der ersten Secunde s h wurde schon durch die Beschleunigung der Raum g h beschrieben. Diese Beschleunigung währt innerhalb der zweyten Secunde h l fort, und muß den Körper am Ende dieser Zeit durch einen Raum getrieben haben, der offenbar größer ist als i l = 2 g h. Hätte die Kraft, welche auf den beweglichen Punct in s einmal wirkte, um in 1 Secunde den Raum g h zurückzulegen, am Ende der ersten Secunde in h nur noch einmal gewirkt, so würde schon hierdurch, ohne fernere Beschleunigung, zu Ende der zweyten Secunde der Raum i l = 2 g h durchlaufen worden seyn. — Wollte man auch gleich die Zeitsecunde in sehr viele kleine Theilchen abtheilen und hierdurch die Theile s h, h l, l n u. s. w. verkürzen, so macht dieses im Wesentlichen keinen Unterschied, und es tritt hier wieder die obige Bemerkung (in 6.) ein.

d. Endlich streitet es ganz und gar gegen die Evidenz des Vortrags, daß man sich zur Bestimmung der Räume, welche der gleichförmig beschleunigte Körper zurücklegt, und welche doch nichts anders als eine einzige gerade Linie ausmachen, eines ganz heterogenen Maaßes, nämlich der Flächen der Dreyecke bedient. Könnte man noch überzeugend darthun, daß sich jene Räume unter sich gerade so verhalten müßten, wie diese Flächen sich gegeneinander verhalten, so ließ sich nichts dagegen einwenden. Allein wenn man hier behauptet, die Fläche des Dreyecks sh g bestehe aus allen einzelnen Räumen, welche der Körper binnen der Zeitsecunde sh beschrieb, und das Dreyeck sli enthalte alle auf ähnliche Art zurückgelegte Räume für die beyden ersten Secunden sh + hl, so springt jedem das Unrichtige und Sinnlose dieser Annahme sogleich in die Augen, der sich überzeugt hat, daß eine geometrische Fläche schlechterdings nicht aus dem Uebereinanderlegen noch so vieler gerader mathematischer Linien gebildet werden könne. Zwey gerade Linien, welche auf einerley Ebene unter sich parallel liegen, mögen noch so nahe gegen einander gebracht werden, so müssen sie immer noch eine kleine Ebene zwischen sich lassen. Fallen aber die Endpuncte der einen auf jene der andern, so fallen beyde Linien ineinander und sind nur für eine einzige anzusehen. Wenn es nun auch schon in der Anmerkung S. 56 heißt: „Man kann nichts dagegen einwenden, daß hier

die Fläche eines Dreyecks angewandt ist, eine Länge oder eine bloße Dimension vorzustellen, wenn man in Gedanken alle die Elemente, deren Ganzes zusammengenommen der Triangel ist, auf einander folgen läßt," so rechtfertigt dieses diese Vorstellungsart um so weniger, als es eine klare und allen Geometern bekannte Sache ist, daß die mit gh parallel gezogenen (wenn gleich auch unendlich vielen) Linien nicht als Elemente können angesehen werden, aus deren Zusammensetzung die Fläche des Dreyecks hervorgeht.

Diese Bemerkungen werden hinreichend seyn, einzusehen, daß die Hauy'sche Methode nicht jenen Grad von Strenge und Faßlichkeit besitze, der zur vollkommenen Evidenz der Lehre von der gleichförmig beschleunigten Bewegung erfoderlich ist.

18. Eben diese Lehre wird in den Anfangsgründen der mechanischen Wissenschaften von Joh. Carl Fischer, Prof. zu Jena. Jena, 1793. S. 201 — 203 folgendergestalt vorgetragen:

§. 22. Erklärung.

„Wenn eine Kraft einen Körper zur Bewegung antreibt, so kann diese Kraft bey jedem auch noch so kleinen Zeittheilchen ununterbrochen auf diesen Körper wirken, dergestalt, daß er in jedem Augenblicke eine größere oder kleinere Geschwindigkeit erhält. Eine solche Kraft

heißt sodann eine beschleunigende oder verzögernde Kraft."

§. 23. Zusatz.

„Wirket diese Kraft auf die Bewegung eines Körpers in allen auch noch so kleinen Zeittheilchen gleich stark, so wird alsdann die Bewegung des Körpers gleichförmig beschleunigt, oder gleichförmig verspätet, indem in jedem folgenden Zeittheilchen die Geschwindigkeit um gleichviel vermehrt oder vermindert wird."

§. 24. Zusatz.

„Es sey der Weg, welchen ein gleichförmig beschleunigter Körper in dem ersten Zeittheilchen durchläuft, $= g$, so wird er im zweyten, dem ersten gleichen Zeittheilchen $= 2g$, im dritten $= 3g$ und überhaupt im n^{ten} Zeittheilchen $= ng$ seyn. Demnach folgen die Zeittheilchen und die dazu gehörigen Wege der Ordnung nach folgender Maaßen auf einander.

Zeittheilchen	1	2	3	4	— — — n
Wege	g	2g	3g	4g	— — — ng

Es machen also die vom Körper durchlaufene Wege eine arithmetische Progression, wovon die Summe aller Glieder der ganze Weg seyn wird, welchen der Körper in n Zeit durchläuft; folglich ist er

$$\frac{(ng + g)^n}{2}, \text{ oder } \frac{n^2 g + ng}{2}.$$

Nimmt man die Zeittheilchen unendlich klein an, so verschwindet $\frac{ng}{2}$ in Vergleichung mit $\frac{n^2g}{2}$; demnach ist der ganze zurückgelegte Weg $= \frac{n^2g}{2}$."

§. 25. Zusatz.

„Hätte der Körper gleich Anfangs die Geschwindigkeit ng gehabt, so würde er nach n Zeit den Weg $(ng)^n = n^2g$ zurückgelegt haben, wovon die Hälfte $= \frac{n^2g}{2}$ ist. Hieraus folgt, daß der Weg, welchen der gleichförmig beschleunigte Körper durchläuft, gerade so groß ist, als die Hälfte des Wegs, welchen der Körper mit der in dem letzten Augenblicke erhaltenen Geschwindigkeit binnen eben der Zeit gleichförmig zurücklegt. Wenn demnach ein Körper mit gleichförmig beschleunigter Bewegung einen Weg binnen einer gewissen Zeit durchläuft, und in diesem Augenblicke hörte die Beschleunigung zu wirken auf, so würde der Körper mit der zuletzt erhaltenen Geschwindigkeit in eben der Zeit noch einen doppelt so großen Weg zurücklegen."

Aus diesen Vordersätzen wird nun die übrige Theorie von der gleichförmig beschleunigten Bewegung mit Gründlichkeit entwickelt.

19. Auch bey dieser Methode vermißt man jenen Grad von Evidenz, der eine Lehre zu bezeichnen ver-

dient, welche man als die Quelle der fruchtbarsten Resultate für Theorie und Praxis ansehen kann. Denn

a. liegt auch hier wieder die Idee zum Grunde, daß die beschleunigende Kraft in jedem, auch noch so kleinen, Zeittheilchen auf den Körper ununterbrochen wirke, wobey es ganz und gar unbestimmt bleibt, worin diese ununterbrochene Wirkung eigentlich bestehe, und wie sie sich äußere. Da diese Wirkung in jedem noch so kleinen Zeitmomente geschehen soll, und in einer Zeitsecunde eine unendliche Menge solcher Augenblicke gesetzt werden können, so müßte man wieder in einer einzigen Secunde unzählig viele Wirkungen der Kraft annehmen, wobey man sich doch nichts Bestimmtes vorstellen kann.

b. Die in §. 24. aufgestellte Progression für die einzelnen Zeittheilchen und die während derselben zurückgelegten Räume setzen schon wieder zum voraus, daß die gleichförmig beschleunigte Bewegung eine wahre gleichförmige sey, wenn man auf solche einzelne Momente Rücksicht nimmt. Dies ist aber der Art und Weise zuwider, wie man sich die Wirkung der beschleunigenden Kraft (in §. 22 und 23) dachte, weil hiernach diese Kraft während der ganzen Zeit so wirken muß, daß sie niemals unwirksam ist. Es lassen sich also zwischen dem ersten und zweyten, dem zweyten und dritten u. s. w. Zeittheilchen immer noch neue kleinere Momente setzen, in welchen die beschleunigende Kraft ebenfalls ihre Thätigkeit äußern wird. Daher muß die

Geschwindigkeit durch diese einzelne Zeittheilchen nothwendig schon beschleunigt seyn, und man kann sie, ohne gegen die Evidenz zu fehlen, nicht für eine blos gleichförmige halten. Ueberhaupt so lange man die beschleunigende Kraft in eine stetige Wirkung in der stetig abfliessenden Zeit setzt, so lange kann auch der Vorstellungsart, daß die beschleunigte Bewegung in kleinen Zeittheilchen eine gleichförmige sey, nicht in strenger Form als wahr angenommen werden. Daher ist auch die Summe der Progression g, 2g, 3g, 4g ——— ng nicht im strengsten Sinne für den ganzen Weg zu halten, welchen der bewegte Körper in der Zeit n zurückgelegt hat.

c. Eben so streitet es gegen die Evidenz des Vortrags, daß man in dem Ausdrucke: $\frac{n^2g}{2} + \frac{ng}{2}$, welcher sich für den in der Zeit n beschriebenen Totalraum ergiebt, die Größe $\frac{ng}{2}$ hinwegläßt, und jenen Totalraum nur $= \frac{n^2g}{2}$ setzt. Das letzte Glied ng ist doch in der angegebenen Progression das größte von allen vorhergehenden, und, wie nicht geläugnet werden kann, eine bestimmte Größe, welche man, ohne dem streng richtigen Ausdrucke des Totalraums zu schaden, in der Formel $\left(\frac{ng + g}{2}\right)^n$ nicht hinweglassen

kann. Hieraus ergiebt sich die Willkührlichkeit, mit welcher man die Größe $\frac{ng}{2}$ nur deshalb hinwegläßt, um den Rest $\frac{n^2g}{2}$ mit dem in §. 25. gefundenen Ausdrucke n^2g ganz genau vergleichen zu können. Dies ist aber hier offenbar der Faßlichkeit dieser Demonstration zuwider. Die Größe $\frac{ng}{2}$ sey, welche sie wolle, so ist sie doch, als letztes Glied der Progression, das größte in Beziehung auf alle vorhergehende, und kann offenbar mit $\frac{n^2g}{2}$ verglichen werden, indem $\frac{ng}{2}$ gerade nmal kleiner als $\frac{n^2g}{2}$ ist. Warum läßt man aber diese Größe auf einmal hinweg? Offenbar nur darum, damit man das beabsichtigte Resultat gerade so findet, wie man es wünscht. Man will ja behaupten, daß der Weg, den der mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit bewegte Körper beschreibt, ganz genau die Hälfte des Wegs sey, den er mit der im letzten Momente erhaltenen Geschwindigkeit innerhalb derselbigen Zeit gleichförmig zurücklegen würde; eine Behauptung, welche, wie man hieraus offenbar sieht, nicht mit voller Schärfe bewiesen wird.

20. Im Grundriß der Naturlehre von F. A. C. Green, Halle 1801. wird diese Lehre von der

gleichförmig beschleunigten Bewegung (S. 40—43) folgendergestalt vorgetragen.

§. 74.

„Jede veränderte Bewegung setzt nach dem Gesetz der Trägheit eine Ursach der veränderten Geschwindigkeit voraus, die im Augenblicke der Veränderung wirksam ist. Da nun jede veränderte Bewegung für jeden untheilbaren Augenblick, oder jeden unendlich kleinen Zeittheil, als eine gleichförmige angesehen werden kann, so können auch für diesen Augenblick Räume, Zeiten und Geschwindigkeiten durch die Gesetze der gleichförmigen Bewegung ausgedrückt werden. Oder man kann sich jede ungleichförmige Bewegung so vorstellen, als wenn sie in unendlich kleinen Zeiten gleichförmig wäre, und in jedem unendlich kleinen Zeittheile ein unendlich kleiner Theil des Raumes mit der unveränderten Geschwindigkeit zurückgelegt würde, welche der bewegte Punct im Anfange dieses Zeittheilchens hatte. Wenn nun eine unveränderliche und stetige Kraft auf den Körper wirkt, und während seiner ganzen Bewegung zu wirken fortfährt, so muß er in eine gleichförmig beschleunigte Bewegung kommen. Die Geschwindigkeit, mit der er schon bey seiner Trägheit durch den ersten Impuls der Kraft fortgehen würde, muß durch die ununterbrochen fortdauernde Einwirkung der Kraft stetig zunehmen und wachsen, und die Zunahme dieser Geschwindigkeiten muß

also in gleichen Zeiten gleich seyn. Hier wächst zwar nun in jedem noch so kleinen Zeittheilchen die Geschwindigkeit nach dem Gesetz der Stetigkeit, und die Geschwindigkeit ist in jedem folgenden Zeitpuncte schon größer, als im vorhergehenden; man kann aber annehmen, daß die Geschwindigkeit durch das ganze Zeittheilchen so groß bliebe, als sie im Anfange desselben war, und daß erst nach Endigung des Zeittheilchens der Zusatz urplötzlich hinzukomme, der eigentlich während des Zeittheilchens allmählig hinzukam. Diese am Ende des Zeittheilchens vom Anfang desselben an erlangte Geschwindigkeit kann man die Endgeschwindigkeit nennen."

§. 75.

„Die Endgeschwindigkeiten (§. 74.) müssen sich bey der gleichförmig beschleunigten Bewegung, wie die unendlich kleinen Zeittheile, oder wie die Zeit vom Anfange der Bewegung an, verhalten, weil der bewegte Körper in einem jeden unendlich kleinen Zeittheile einen neuen Eindruck erhält, der sich mit den bereits empfangenen vereinigt."

§. 76.

„Wenn der Körper mit der Geschwindigkeit, die er bey der gleichförmig beschleunigten Bewegung in einem endlichen und bestimmten Zeittheile erlangt hat, hernach gleichförmig fortgienge, so würde diese Geschwindigkeit

ihn in dem zweyten dem ersten ähnlichen Zeittheile durch einen doppelt so großen Raum führen, als die in einem und demselben Zeittheile erhaltene zunehmende Geschwindigkeit. Der Raum wird sich also bey dieser gleichförmig beschleunigten Bewegung verhalten, wie die Zeit mit der Hälfte der Endgeschwindigkeit multiplicirt; und der gleichförmig beschleunigte Körper wird in einer gegebenen Zeit nur halb so weit gehen, als ihn in eben der Zeit seine darin erlangte Endgeschwindigkeit geführt haben würde."

„Anmerk. Wenn die Zeiten gleich sind, so verhalten sich die Räume der Bewegung wie die Geschwindigkeiten. Im gegenwärtigen Falle aber sind die Zeittheile gleich, folglich werden sich auch die Räume wie die Geschwindigkeiten verhalten. Weil nun eine gleichförmige Geschwindigkeit doppelt so groß ist, als eine zunehmende, wenn sie in einerley Augenblick erhalten werden, so wird auch der vermöge einer gleichförmigen Geschwindigkeit durchlaufene Raum doppelt so groß seyn, als der Raum, der in eben der Zeit durch die wachsende Geschwindigkeit zurückgelegt wird."

„Diese Gesetze sucht man auch durch Hülfe eines rechtwinkligen Triangels anschaulich zu machen. Es zeige in dem rechtwinkligen Triangel ABC (man sehe fig. 2.) AB die Zeit, und BC die in dieser Zeit erlangte Endgeschwindigkeit an. Die Höhe BA sey in Theile

getheilt, die wir als unendlich klein und einander gleich annehmen, AD, DE, EF, u. s. w. Da BA die endliche und bestimmte Zeit ausdrückt, so wird jeder in dieser Höhe BA genommene Theil die unendlich kleinen Augenblicke vorstellen. Wenn wir nun aus den Theilungspuncten D, E, F, u. s. f. die Ordinaten Dd, Ee, Ff u. s. f. ziehen, so wird jede Ordinate die in jedem unendlich kleinen Augenblicke erhaltene Geschwindigkeit vorstellen; und so wie eine durch eine stetige Kraft zunehmende Geschwindigkeit gleichförmig wächst, so wächst auch jede Ordinate gleichförmig, nach eben der Progression, 0, 1, 2, 3, 4, u. s. f. Wenn Dd den im ersten Augenblicke AD erhaltenen Grad der Geschwindigkeit ausdrückt, so wird Ee den Grad der Geschwindigkeit ausdrücken, der im zweyten Augenblicke DE erhalten worden. Weil aber Dd : Ee = AD : AE = 1 : 2, u. s. f., so werden sich also diese Endgeschwindigkeiten wie die Zeittheile verhalten, und die Endgeschwindigkeiten Dd, Ee, Ff, u. s. f. durch die Reihe der natürlichen Zahlen 1, 2, 3 u. s. f. vorstellen lassen. Da der Raum dem Producte der Zeit in die Geschwindigkeit gleich ist, so kann der Flächeninhalt des Dreyecks ABC den Raum vorstellen, der in der Zeit AB mit der stetig wachsenden Geschwindigkeit, die am Ende der Zeit durch BC ausgedrückt wird, beschrieben worden ist. Wenn nun die Geschwindigkeit, die am Ende der endlichen Zeit AB durch die Grundlinie BC des Triangels ABC ausgedrückt wird, nicht

weiter zunähme, sondern nun der Körper in der zweyten, der ersten AB ähnlichen, Zeit damit gleichförmig fortginge, so würde die Geschwindigkeit dieses zweyten Zeitraums durch die Ordinaten eines Rechtecks BCKL von eben der Grundfläche und Höhe, als der Triangel ABC ist, vorgestellt werden. Da aber dieser Triangel nur die Hälfte des Rechtecks von eben der Grundfläche und Höhe ist, so ist auch die in einem endlichen und bestimmten Zeitraume erlangte Geschwindigkeit, die sich gleichförmig bleibt, doppelt so groß, als eine in demselben Zeitraume erlangte zunehmende Geschwindigkeit."

Aus dieser Darstellung werden nun in den folgenden §§ die übrigen Gesetze abgeleitet. —

21. Betrachtet man dieses System mit einem streng prüfenden Blicke, so muß man bekennen, daß es ihm auch an jenem Grade von Ueberzeugung gebreche, welcher einer evidenten Darstellung eigen seyn muß.

a. Es läßt sich nämlich nicht klar einsehen, wie nach dem dabey zum Grunde gelegten Begriffe der stetig wirkenden Kraft die Vorstellungsart bestehen könne, daß die gleichförmig beschleunigte Bewegung für sehr kleine Zeiten auf eine gleichförmige reducirt werden dürfe. Sobald man annimmt, die Kraft, welche den Körper anfangs afficirt, wirke, im eigentlichen Sinne des Worts, stetig, d. h. in jedem angebbaren Zeittheilchen, von neuem auf diesen Körper fort, so muß auch für jedes noch so klein angegebenes Zeitmomentchen die

Bewegung eine gleichförmig beschleunigte seyn, und kann keine blos gleichförmige werden. Denn aus einer eigentlich stetigen Kraftäußerung muß auch eine eigentlich stetige Wirkung entspringen, und die Geschwindigkeit muß stetig gleichförmig beschleunigt seyn. Das ähnliche Gesetz, welches diese Geschwindigkeit in größeren Zeiten beherrschet, muß auch in kleinern und den noch so kleinen Momenten der Zeit statt finden, weil hier das Größere oder Kleinere der Zeit, als etwas blos relatives, keinen Unterschied in diesem Gesetze, als etwas für sich selbst und fest bestimmtes, hervorzubringen vermag. Es ist also eine widernatürliche und offenbar erzwungene Vorstellungsart, wenn man annimmt, daß die Geschwindigkeit durch das ganze Zeittheilchen so groß bliebe, als sie bey Anfang desselben war, und daß erst nach Endigung des Zeittheilchens der Zusatz von Geschwindigkeit urplötzlich hinzukomme, der eigentlich während des Zeittheilchens allmählig hinzukam.

b. Diese Endgeschwindigkeiten können sich auch bey der gleichförmig beschleunigten Bewegung nicht wie die unendlich kleinen Zeittheile oder wie die Reihe der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 ..... verhalten, wie §. 75 und 76 gesagt wird. Denn da jeder endliche und bestimmte größere Zeitraum aus der Summe aller dieser unendlich kleinen bestehen muß, so müßte auch für größere Zeiträume das Gesetz des Wachsthums der Räume

durch die Reihe 1, 2, 3, 4, 5 .... bestimmt werden, was doch offenbar irrig ist.

c. Eben so wenig ist nun auch der Satz im §. 77. streng bewiesen, daß die in einem endlichen und bestimmten Zeitraume durch die gleichförmig beschleunigte Bewegung erhaltene Geschwindigkeit die Hälfte von jenem seyn müsse, womit sich der Körper in dem zweyten, diesem ersten gleichen Zeitraume mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegt, und daß folglich der in der folgenden Zeit beschriebene Raum noch einmal so groß seyn werde, als der in der ersten zurückgelegte. — Man sieht hier nicht ein, wie diese Behauptung aus §. 74, 75 oder 76 hergeleitet werden könne, da man in jenen §§ die Bewegung des Körpers nur in unendlich kleinen Zeittheilchen betrachtet und nie eine endliche und bestimmte Zeit hierbey zum Grunde gelegt hat.

Der erste Absatz der Note soll dieses erläutern. Die Erläuterung gründet sich darauf, daß eine gleichförmige Geschwindigkeit doppelt so groß sey, als eine zunehmende, wenn sie in einerley Augenblick erhalten werden. Allein wodurch ist dies bewiesen? Diese Behauptung ist so wenig eine klare Folge aus den vorausgeschickten Hülfssätzen, als es eine für sich selbst einleuchtende Wahrheit ist, welche keines Beweises bedarf.

d. In dem zweyten Theile der Note soll Alles dieses durch den rechtwinklichen Triangel anschaulich gemacht werden. Allein wie wenig diese Vorstellungsart im

Stande sey, diese Lehren in ein überzeugendes Licht zu setzen, ist bereits oben (No. 17, c. u. d.) dargethan worden, und findet also hier wieder seine Anwendung. Der irrige Satz, daß man sich durch die Räume Dd, Ee, Ff, Gg, u. s. f. am Ende die Fläche des Triangels ABC erfüllt denkt, soll hier dadurch gehoben werden, daß man sich bey der Bewegung den Raum als ein Product aus der Zeit in die Geschwindigkeit vorstellen könne, wodurch es erlaubt sey, die Fläche des Dreyecks ABC als den Raum anzunehmen, der in der Zeit AB mit der stetig wachsenden Geschwindigkeit, die am Ende der Zeit durch BC ausgedrückt wird, beschrieben worden ist. Allein auch dieses bringt keine Klarheit in eine so dunkle und verwirrte Behauptung. Denn der Ausdruck: der Raum gleicht einem Producte aus der Zeit in die Geschwindigkeit hat nur bey der gleichförmigen Bewegung seine volle Anwendung und drückt nichts als einen Verhältnißbegriff aus, woraus man einsehen soll, daß die Größe eines beschriebenen Raums sowohl nach der größern Geschwindigkeit als auch nach der größern Zeit der Bewegung ermessen werde. Ohnedies lassen sich ja Zeit und Geschwindigkeit, als solche, nicht mit einander multipliciren. Für eine Zeit = AB und eine Geschwindigkeit = BC müßte sich also der zurückgelegte Raum verhalten wie AB × BC, ein Product, welches nicht den Gehalt von ABC, sondern dessen Doppeltes, ausdrückt. Man dürfte also in diesem Producte aus Zeit

in Geschwindigkeit den Factor Geschwindigkeit nicht = BC setzen, sondern man müßte sich gleichsam eine Summe von unendlich vielen solcher Producte denken, wofür ein einzelnes Zeittheilchen die ihm correspondirende Geschwindigkeit als Factor ins Product käme. Aber auch hier stößt man auf unüberwindliche Schwierigkeiten. Denn man nehm: die Zeittheilchen in AB noch so klein, so bekäme man doch immer für die zurückgelegten Räume kleine Dreyecke wie ADd, AEe, AFf u. s. f., wo die Facta aus Zeit und Geschwindigkeit wieder eben so wenig den zurückgelegten Raum bestimmt angeben könnten, als dies bey dem großen Dreyeck ABC der Fall seyn kann.

Hieraus ergiebt sich also der Schluß, daß auch diese Darstellung der Sache auf eine überzeugende Evidenz keinen Anspruch machen könne.

22. De la Caille stützt in s. Leçons élémentaires de Mécanique, ou traité abrégé du mouvement et de l'équilibre, à Paris 1764. pag. 29 et 30. die Lehre von der gleichförmig beschleunigten Bewegung auf folgende Sätze.

§. 94.

„Die gleichförmig beschleunigte Bewegung ist eine Folge von gleichförmigen Bewegungen in einer wachsenden arithmetischen Progression. Diese Progression ist in einer endlichen Zeit endlich, wenn der Zuwachs an

Geschwindigkeit nur im Anfange jedes endlichen Zeittheils statt findet, z. B. von Minute zu Minute, von Secunde zu Secunde, und nun geschieht die Beschleunigung durch Sprünge; diese Reihe ist aber unendlich, wenn die Zunahme an Geschwindigkeit in jedem unendlich kleinen Zeittheilchen eintritt. Wir handeln hier von dieser letzten Gattung, weil sie die gewöhnlichste ist."

§. 95. Lehrsatz.

„Bey der gleichförmig beschleunigten Bewegung verhalten sich die in jedem Augenblicke erhaltenen Grade der Geschwindigkeit wie die Anzahl dieser Augenblicke; daher stehen die erlangten Geschwindigkeiten und die von Anfang der Bewegung verflossenen Zeiten im Verhältniß der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 .... Dies ist eine evidente Folge aus dem Begriffe der gleichförmig beschleunigten Bewegung."

§. 96. Lehrsatz.

„Der binnen einer gewissen Zeit t durch die Wirkung der gleichförmig beschleunigten Bewegung zurückgelegte Raum s ist die Hälfte des Raums, welchen derselbe Körper in der nämlichen Zeit t gleichförmig durchlaufen würde, wenn er sich mit einer Geschwindigkeit c bewegte, welche der Körper am Ende der Zeit t durch die Beschleunigung erhalten hat.

Oder bey der gleichförmig beschleunigten Bewegung ist $s = \frac{ct}{2}$, bey der gleichförmigen hingegen wird $s = ct$.

Beweis.

Man theile die Zeit t in eine unendliche Menge kleiner Theilchen, so wird man, da c die am Ende von t erlangte Geschwindigkeit vorstellt, die den kleinen Zeittheilchen correspondirenden Grade von Geschwindigkeit durch nachstehende arithmetische Progression ausdrücken können:

$\frac{1c}{\infty}$, $\frac{2c}{\infty}$, $\frac{3c}{\infty}$, $\frac{4c}{\infty}$ .... deren letztes Glied $\frac{\infty c}{\infty} = c$ wird. Da nun für jeden unendlich kleinen Zeittheil die Bewegung gleichförmig ist, so verhält sich jeder zurückgelegte Raum wie die Geschwindigkeit. Daher correspondirt jedes Glied der Progression den einzelnen Räumen, und die Summe aller Glieder stellt den Raum s vor, der während der Zeit t beschrieben worden ist. Aber die Summe aller Glieder dieser Progression ist dem Producte aus der Summe der äussern Glieder $\frac{1c}{\infty} + c$ in die halbe Anzahl aller Glieder, d. h. in die halbe Zeit oder $\frac{t}{2}$ gleich. Folglich ist $s = \left(\frac{c}{\infty} + c\right) \times \frac{t}{2} = \frac{ct}{2\infty} + \frac{ct}{2}$

oder man hat, da $\frac{c\,t}{2\,\infty}$ unendlich klein ist, $s = \frac{c\,t}{2}$."

23. Dem Satze in §. 94. liegt wieder der Begriff des Unendlichen zum Grunde, den man doch aus allen Elementarlehren, wenn es thunlich ist, verbannen sollte, weil er so selten eine überzeugende und evidente Darstellung gewährt. Dieses ist denn auch besonders in der hier abzuhandelnden Materie der Fall. Es bleibt immer unbestimmt und schwankend, daß man sich den Zuwachs der Geschwindigkeit in unendlich kleinen Zeiteinheiten vorstellen solle, weil man doch nicht weiß, was ein solches unendliches Zeittheilchen eigentlich sey. Daher wird die Lehre von der gleichförmigen Beschleunigung der Bewegung so lange verworren und undeutlich bleiben, als man das Wesen der beschleunigenden Kraft nicht auf eine verständlichere Weise darstellen kann. Dieses ist aber nur dadurch möglich, daß man das Unendliche hierbey aus dem Spiele läßt, welches auch, wie die unten folgende Darstellung der Sache zeigen wird, hierbey ganz und gar nicht nothwendig ist.

b. Wollte man auch gleich nichts dagegen einwenden, daß die beschleunigende Kraft in unendlich kleinen Augenblicken wirkt, so folgt doch nichs weniger, als daß nach dieser Vorstellungsart die gleichförmig beschleunigende Bewegung ursprünglich eine gleichförmige seyn müsse. Denn nimmt man auch die Zeittheilchen noch so klein an, so ist doch das folgende vom vorhergehenden unterschieden, und

man muß sich zwischen beyden nothwendig noch eine gewisse Zeit, sey sie auch noch so klein, denken können. Während diesem kleinen Zeiträumchen wirkte ja auch die beschleunigende Kraft wieder, und müßte also auch hierin schon eine beschleunigende Bewegung hervorbringen. Was nämlich von größeren Zeiteinheiten gilt, das muß auch wohl von kleinen, nur mit dem gehörigen Verhältniß, statt finden.

c. Es läßt sich daher auch nicht annehmen, daß die in den unendlich kleinen Zeittheilchen erlangten Geschwindigkeiten oder die ihnen entsprechenden Räume sich wie die Reihe der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 .... verhalten. Denn wenn dieses Gesetz allgemein seyn soll, so muß es immer noch statt finden, man mag die Reihe so weit fortsetzen, als man nur immer will. Man wird also einmal auf endliche und bestimmte Zeittheile kommen, welche als Summen dieser unendlich kleinen Momente angesehen werden können, und für welche eben diese Progression gelten müßte, was doch offenbar nicht seyn kann, weil sonst die beschleunigte Bewegung auch für solche Zeittheile in eine gleichförmige verwandelt würde.

d. Was nun den Lehrsatz in §. 96. betrift, so lassen sich gegen die im Beweise aufgestellte Progression allerdings gegründete Zweifel erregen. Das erste Glied $\frac{u}{\infty}$ dieser Progression ist entweder eine wirkliche Größe, welche mit u verglichen werden kann, oder nicht. Im

ersten Falle muß in der Summe dieser Reihe $= \frac{ut}{2\infty} + \frac{ut}{2}$ der erste Werth $\frac{ut}{2\infty}$ schlechterdings nicht vernachläßigt oder als Null angesehen werden. Denn wenn $\frac{u}{\infty}$ schon eine wirkliche vergleichbare Größe ist, so muß auch wohl $\frac{ut}{2\infty}$ eine $\frac{t}{2}$ mal größere, folglich auch eine vergleichbare Größe seyn, und man begeht offenbar einen Irrthum, wenn man diesen Werth in der Summirung der Progression, als ein wahres Nichts, hinweg läßt, um den Ausdruck $\frac{ut}{2}$ allein zu erhalten. Noch mehr: Da die Zeit t selbst in eine Unendlichkeit von Zeittheilchen getheilt wird, die gerade mit der Anzahl der Glieder der Progression übereinstimmt, so ist in diesem Sinne offenbar $t = \infty$, und der Werth von $\frac{ut}{2\infty}$ würde hiernach $= \frac{u\infty}{2\infty} = \frac{u}{2}$, eine Größe, die man in der Summe mit $\frac{ut}{2}$ sicher nicht weglassen darf, ohne sich eine bloße Willkührlichkeit zu erlauben. — Im zweyten Falle wenn $\frac{u}{\infty}$ keine wirkliche oder vergleichbare Größe seyn soll, müßte dieser Ausdruck wirklich $=0$ seyn, und nun könnte man sich in der Progression $\frac{u}{\infty}$, $\frac{2u}{\infty}$, $\frac{3u}{\infty}$, $\frac{4u}{\infty}$ u. s. f. dem Werthe von u,

als dem letzten Gliede, niemals nähern, noch dasselbe je erreichen.

Hieraus ist also zur Genüge ersichtlich, wie wenig strenge Ueberzeugung dergleichen Sätze gewähren, die auf Begriffe gebaut sind, welchen es an dem gehörigen Grade von Evidenz gebricht.

24. Ich breche hier von der ferneren Critik der Systeme Anderer ab, und glaube hinlänglich gezeigt zu haben, daß die Lehre von der gleichförmig beschleunigten Bewegung durch diese Darstellungen in kein so evidentes Licht gesetzt sey, als sie es wohl ihrer Wichtigkeit wegen verdiente. Ich suchte in den meisten mir bekannten physischen und mathematischen Schriften hierüber eine bessere Aufklärung, fand aber nirgends den Grad von Ueberzeugung, welchen ich wünschte. Auch halte ich es für überflüssig, noch mehrere Theorien dieser Lehre hier anzuführen und zu critisiren, weil sie sämmtlich in der Hauptsache eine unverkennbare Aehnlichkeit haben, und sich dem bereits Dargestellten nur mehr oder weniger nähern. Ich gehe also zum folgenden Abschnitte über, um zu zeigen, daß die bisher allgemein als wahr angenommenen Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung sich aus der eigentlichen Wirkung der beschleunigenden Kraft nicht mit strenger Ueberzeugung ableiten lassen, und daß folglich diese gleichförmig beschleunigte Bewegung andern Gesetzen unterworfen sey.

III.

Neue und gründliche Theorie von der gleichförmig beschleunigten Bewegung.

25. Ich muß mich hier auf die im ersten Abschnitte bewiesenen Vordersätze beziehen, welche nun als Grundsätze aufgestellt werden können:

I. Grundsatz. Was die Kraft, welche auf einen beweglichen Punct wirkt, an sich sey, ist völlig unbekannt. Man kann sie daher nur aus ihrer Wirkung ermessen. Diese Wirkung besteht aber in dem einem beweglichen Puncte mitgetheilten Grade von Geschwindigkeit, der, für gleiche Zeiten, dem Raume proportional ist. Daher läßt sich die Größe der bewegenden Kraft nur aus dem Raum bemessen, den das bewegliche in einer zum Grunde gelegten Zeiteinheit zurückgelegt hat.

II. Grundsatz. Die Kraft, welche das sich in Ruhe befindliche Bewegliche zur Bewegung sollicitirt, wirkt nur in einem ganz und gar untheilbaren Augenblick der Zeit; d. h. gerade in dem nämlichen Momente, wo diese Kraft den beweglichen Punkt afficirt, muß man auch den Anfang der Bewegung selbst setzen. Zwischen der Wirkung dieser Kraft und dem Anfange der Bewegung verfließet also nicht die mindeste angebbare Zeit.

III. Grundsatz. Aus dieser momentanen, für uns auf eine unbestimmbare Weise, erfolgenden Mittheilung der Kraft entspringt unmittelbar die Bewegung, und die Intensität der bewegenden Kraft wird sich hier aus dem Verhältniß der Räume ergeben, welche in gleichen Zeiten durchlaufen werden.

IV. Grundsatz. Die Bahn dieses bewegten Körpers muß geradlinigt seyn, und er wird sich gleichförmig ins Unendliche fortbewegen, weil die ihm mitgetheilte Bewegkraft nicht durch sich selbst erlöschen kann.

26. Wenn der bewegliche Punct A (Fig. 3.) von einer Kraft nach der Richtung AK afficirt wird, und in der ersten Secunde den Weg AB zurücklegt, so muß er in der 2. Secunde den Raum BC=AB, in der 3. Secunde den Raum CD=BC=AB u. s. f. durchlaufen, so daß seine Bewegung ohne Ende fortwährt.

Der Beweis hiervon ergiebt sich aus den Grundsätzen in 25.

27. Es sey in A (Fig. 4.) ein beweglicher Punct, der von einer Kraft nach AF fortgetrieben in einer Secunde den Raum =AB durchläuft. Nimmt man nun an, daß am Anfange der zweyten Secunde die nämliche Kraft nach derselbigen Richtung von Neuem auf den Körper wirkt, so muß die Wirkung für die zweyte Secunde doppelt so groß, als in der ersten seyn. Es hätte nämlich vermöge der Trägheit der Körper in der zweyten Secunde den Raum BG=AB zurückgelegt. Vermöge der von

Neuem wirksamen Kraft muß er aber in dieser zweyten Secunde ebenfalls einen Raum = AB beschreiben. Folglich ist der in der zweyten Secunde durchlaufene Raum = AB + BG = BG + GC = BC = 2AB. Wenn nun im Anfange der dritten Secunde keine neue Kraft wirkte, so würde der Körper, nach dem Gesetze der Trägheit, innerhalb dieser Zeit durch den Raum CK = BC getrieben werden. Allein wenn sich im Anfange dieser Zeit die erste Kraft abermal mit der vorigen vereinigt, so kömmt nun noch ein Raum KD = AB hinzu, und der Körper hat in der dritten Secunde den Raum CD = 3AB zurückgelegt. Für die vierte Secunde würde dieser Raum = DE = 4AB, u. s. w. für die folgenden Zeiten, wobey man annimmt, daß zu Anfang jeder Zeit-Einheit ein neuer und gleicher Impuls der Kraft hinzukömmt. Es ist also hierdurch im Allgemeinen bewiesen, daß bey dieser, in gleichen Zeiten gleichen Wiederhohlung der Wirkung der Kraft sich die zurückgelegten Räume gerade wie die Zeiten verhalten müssen, während welchen man sich die Bewegung des Körpers vorstellt. Nennt man die Zeiten T und t, die beschriebenen Räume S und s, so ist T : t = S : s. Dieses Gesetz ist ganz allgemein und gilt für jede Bewegung, welche aus einer gleichen wiederholten Wirkung der Kraft entsteht, die Intensität dieser Kraft mag größer oder kleiner seyn.

28. Wenn man sich auch bei dieser Bewegung (27.) die Zeiteinheiten noch so klein vorstellt, so muß doch immer

der Augenblick, wo die erste Kraft zum zweytenmale auf den Körper wirkt, von dem Momente, worin die erste Wirkung geschah, verschieden seyn. Denn wenn zwischen dieser zweyten Einwirkung der Kraft und der ersten keine Zeit verflossen wäre, so müßte diese zweyte Wirkung mit der ersten völlig gleichzeitig geschehen, und man hätte nur Eine Kraft, welche mit doppelter Intensität den Körper afficirte, was doch wider die Voraussetzung ist. Es muß also zwischen dem Momente der ersten Wirkung der Kraft und dem Momente der zweyten Wirkung nothwendiger Weise eine gewisse Zeit, als Abstand dieser zwey Einwirkungen, statt finden. Dieses Zeittheilchen sey so klein, als es immer wolle, so muß ihm doch ein gewisser Raum correspondiren, den der bewegliche Punct innerhalb derselben zurückgelegt hat. Dieser Raum muß auch natürlich mit einer völlig *gleichförmigen Geschwindigkeit* beschrieben worden seyn, da er Resultat einer Einzigen wirkenden Kraft ist, welche sich während dieser Zwischenzeit vollkommen gleich bleibt. Man mag sich also diesen zweiten Impuls der Kraft so schnell nach dem ersten vorstellen, als man immer will, so muß man zwischen beyde Wirkungen immer noch einen Zeitraum setzen, binnen welchem die Bewegung des Körpers im strengsten Sinne gleichförmig ist. Wie klein diese Zwischenzeit sey, ist nicht möglich, aber auch gar nicht nöthig zu bestimmen; genug, daß der zweyte Moment von dem ersten verschieden ist, und daß man sich, wegen der Stetigkeit

der Zeit und des Raumes sowohl dieses Zeittheilchen, als auch das ihm entsprechende Räumchen, als Resultat der Bewegung, immer kleiner und kleiner vorstellen kann.

29. Aus diesen Betrachtungen geht nun auch die Art und Weise hervor, wie man sich die Wirkung einer Kraft, welche bisher eine stetige, ununterbrochen wirke, oder beschleunigende Kraft genannt werde, vorzustellen habe, um der Natur keine Gewalt anzuthun, sondern der einfachsten und natürlichsten Erklärung getreu zu bleiben. Wenn die Stetigkeit der Zeit in dem ununterbrochenen Nacheinanderfolgen besteht, so ist ganz klar einzusehen, daß die stetige Wirkung der Kraft nicht eine ununterbrochene, sondern eine wirklich unterbrochene Kraftäußerung auf den beweglichen Punct sey, indem es ganz und gar unmöglich ist, daß zwischen dem ersten und zweyten, dem zweyten und dritten, dem dritten und vierten Impuls der Kraft u. s. w. keine bestimmte Zwischenzeit enthalten wäre, worin die vorhergehende Kraft allein, ohne die folgende ihre Wirkung äussert. Jede Kraft wirkt wohl in der Zeit, und so glaubte man aus der stetigen Aufeinanderfolge der Zeit eine stetige Wirkung der Kräfte herleiten zu können, die eben so ununterbrochen den Körper afficiren, als wir uns die Zeitfolge unter dem Bilde einer ununterbrochen geraden Linie vorstellen dürfen. Allein man unterschied hierbey nicht gehörig, indem

sich die Wirkungen der Kräfte nicht unter die stetige Form der Zeit bringen und sich so dem Gesetze ihrer Succession anpassen lassen. Eine jede Kraftäusserung geschieht in der Zeit, d. h. in eben dem Momente, worin man sich die Kraft als wirksam denkt, in eben dem Momente beginnt auch schon unmittelbar ihre Wirkung. Eine Kraft kann daher in jedem Augenblicke wirken, etwa so wie man sich in jeder geraden Linie, wo man nur immer will, Puncte vorstellen kann, die diese Linie begrenzen, Die Wirkung der Kraft auf den beweglichen Punct ist aber Bewegung, d. h. das Beschreiben eines Raumes, welchen dieser bewegliche Punct nnr successiv durchlaufen kann. Die erste Kraft kann daher nicht eher zum zweytenmale wirken, bis sie das erstemal gewirkt hat.

30. Hieraus ergiebt sich also der Schluß, daß es keine stetige Wirkung der Kraft gebe, wenn man sich unter ihr eine ununterbrochne Aufeinanderfolge von Kraftäusserungen vorstellt, wovon die Succession in der Zeit ein Bild wäre. Jede beschleunigte Kraft ist daher eine unterbrochen wirkende, welche uns aber allerdings als eine ununterbrochen wirkende erscheinen wird, wenn die Zeittheilchen, worin sich die Kraft in ihrer immer gleichen Wirkung wiederhohlt, so klein sind, daß wir ihre Dauer nicht zu unterscheiden vermögen, wodurch uns denn die in der That unterbrochenen Wirkungen als

ununterbrochen vorkommen müssen. Durch diese Vorstellungsart der Sache fällt nun auch der Begriff des Unendlichen hinweg, der den ältern Systemen an ihrer Evidenz schadete. Man braucht nun eine willkührliche Zeiteinheit, z. B. die Secunde, nicht mehr in unendlich kleine Zeittheilchen zu theilen, um so unendlich viele Räumchen als Resultate der Bewegung zu erhalten. Man sieht vielmehr, daß die Zeit, worin die Kraft in ihren Wiederhohlungen wirkt, eine bestimmte und endliche Zeit seyn müsse, obschon es für die Entwickelung der Gesetze ganz und gar gleichgültig ist, zu wissen, wie groß der Abstand sey, der zwischen zwey aufeinander folgenden Wirkungen der Kraft sich befindet.

31. Legt man diesen Begriff von der beschleunigten Wirkung der Kraft zum Grunde, so vermeidet man alle Schwierigkeiten, welche sich den bisherigen Darstellungen der Theorie von der gleichförmig beschleunigten Bewegung in den Weg stellen, und wird in den Stand gesetzt, auf eine höchst einfache und evidente Art hieraus abzuleiten, wie die hier folgende Darstellung zeigt.

32. I. Da man sich die Zeit sehr wohl unter dem Bilde einer geraden Linie vorstellen kann, so sey AH (fig. 5.) eine gewisse Zeit, welche von dem Puncte A anfängt und sich über H ohne Ende forterstrecken kann. Die gleichen Stücke AB = BC = CD seyen bestimmte

Zeittheile, z. B. Secunden. Da innerhalb einer Secunde keine unendliche Wiederhohlung der Wirkung einer und derselbigen sich immer gleich bleibenden Kraft statt haben kann, sondern diese sich in ihrer Wirkung immer wiederholende Kraft in gleichen von einander unterschiedenen Zeittheilchen geschehen muß (30.), so stelle man sich, unbekümmert wie viele solcher Momente auf eine Secunde zu rechnen sind, die gleichen Zeiten AB und BC in eine gleiche Menge dieser gleichen Zeittheilchen getheilt vor. Um die Zeichnung nicht durch zu viele Linien undeutlich zu machen, bestehe sowohl AB als BC aus 8 solcher gleichen Theilchen = Aa = bc = cd.... = Bh = hi = ik ....

II. In A sey der bewegliche Punct und AM stelle die Richtungslinie vor, nach welcher die beschleunigende Kraft ihre Wirkung äußert. Diese Kraft in A wirke nun so, daß in dem ersten Zeittheilchen = Aa vom Puncte in A ein kleiner Raum = A*a* zurückgelegt werde. Am Ende von Aa wirke diese Kraft wiederhohlt, so ist für die Zeit ab der beschriebene Raum = *ab* = 2A*a*. Zu Ende von bc wiederhohle die Kraft von neuem ihre Wirkung, so ist fürs dritte Zeittheilchen bc der durchlaufene Raum = *bc* = A*a* + *ab* = 3A*a*. Für die folgenden Zeiten cd, de, ef, fg und gB werden die ihnen correspondirenden Räume *cd* = 4A*a*, *de* = 5A*a*, *ef* = 6A*a*, *fg* = 7A*a* und *gh* = 8A*a*.

III. Zieht man nun durch die Puncte a, b, c, d, e, f, g, und B Parallellinien mit AM, macht dann ap = A*a*, bq = *ab*, cr = *bc*, dr = *cd*, et = *de*, fu = *ef*, gw = *fg* und BE = *gh*, so ist leicht einzusehen, daß die Puncte ApqrstuwE in einer einzigen geraden Linie AE sich befinden werden. Auch stellen die kleinen, in arithmetischer Progression zunehmenden Linien ap, bq, cr, u. s. w. die Räume vor, welche am Ende der Zeittheilchen ab, bc, cd u. s. f. von dem beweglichen Punct durch Wirkung der beschleunigenden Kraft zurückgelegt werden.

IV. Wird nunmehr die zweyte Secunde BC in eben so viele gleiche Theile Bh, hi, ik u. s. f. getheilt, dann die Linie AE willkührlich nach K verlängert, und nun aus jedem Puncte h, i, k u. s. f. eine Linie mit BE parallel gezogen, so stellen diese Parallellinien hw ix, ky, u. s. f. Räume vor, welche durch die Wirkung der beschleunigenden Kraft in den Zeittheilchen Bh, hi, ik u. s. f. der zweyten Secunde vom beweglichen Punct zurückgelegt werden. Daher muß die Summe aller dieser Linien hw + ix + ky + ... den Raum ausdrücken, den dieser Punct während der zweyten Zeitsecunde mit beschleunigter Bewegung zurückgelegt hat.

V. Um nun die Größe des in der zweyten Secunde durchlaufenen Raumes mit jenem in der ersten Secunde zurückgelegten vergleichen zu können, ziehe man

durch E die EL mit AC gleichlaufend und von B in L die gerade BL. Hier ist nun wegen BE :::: CF und BC :::: EL, die Figur BCLE ein Parallelogramm, folglich BE = CL. Allein wegen AB : AC = BE : CF ist auch BE = ½ CF; folglich LF = BE. Weil aber noch AB = BC = EL, und AE = EF, so ist △ ABE ≅ △ ELF. Eben so leicht ist zu zeigen, daß △ BCL ≅ △ ABE, und △ BEL ≅ △ ABE sey. Da nun in EF so viele und so große Theilchen Ew, wx .... als in AE sich Ap, pq .... befinden, so sind alle im △ ELF aus w, x, y .... gezogene Linien sowohl an der Zahl, als an Größe allen im △ ABE aus p, q, r .... gezogenen gleich. Eben dieses gilt auch, wie man leicht einsieht, von den gezogenen Parallellinien des △ BCL in Bezug auf das △ ABE. Daher ist die Summe aller Parallelen der beyden Dreyecke BCL und ELF doppelt so groß, als die Summe der Parallellinien des Dreyecks ABE. Was nun das mittlere Dreyeck BLE betrift, so ist wohl klar, daß auch dieses dem Dreyecke ABE gleich und ähnlich sey. Allein da die Seite BE beyden Dreyecken gemeinschaftlich ist, und als der Raum angesehen werden muß, welcher in dem letzten Zeittheilchen der Zeit AB vom Beweglichen beschrieben wird, so gehört dieser Raum noch zur ersten Zeiteinheit AB und darf nicht der in der zweyten Periode zurückgelegten Bahn beygezählt werden. Daher ist dann auch die Summe der Parallelen im

△ BLE gleich jener des Dreyecks ABE weniger diesem Raume BE. Hieraus folgt denn nun auch weiter, daß die Summe aller in der zweyten Zeiteinheit BC beschriebenen Räume hw + ix + ky ..... + EF nicht in voller Schärfe dreymal so groß, als der in der ersten Zeitperiode AB durchlaufene Raum, sey, sondern, daß diesem Dreyfachen der Raum abgehe, welcher in dem letzten Momente dieser ersten Zeit beschrieben wurde.

VI. Für die dritte Zeiteinheit CD ist nun wieder auf eine vollkommen ähnliche Art wie zuvor, zu beweisen, daß der Raum der Figur CDGF aus fünf unter sich gleich und ähnlichen Dreyecken CDN, NCL, LNQ, QLF und FQG bestehe, deren jedes dem Dreyeck ABE gleich und ähnlich ist. Drey von ihnen, nämlich CDN, LNQ und FQG, enthalten genau das Dreyfache der in ABE enthaltenen Parallelräume. Den beyden andern CNL und LQF geht aber die Summe der Linien CL und LF oder CF = 2 BE an ihren Parallelräumen ab. Hieraus folgt also deutlich, daß der in der dritten Zeiteinheit beschriebene Raum gleich sey dem fünffachen Raume der ersten Periode, weniger dem Raume CF, der in dem letzten Momente der zweyten Zeiteinheit zurückgelegt wurde, oder weniger dem doppelten Raume BE.

VII. Auf gleiche Art erhellet, daß der in der vierten Zeiteinheit durchlaufene Raum dem siebenfachen der ersten Periode zurückgelegten gleich seyn werde, weniger dem Raume $DG = DN + NQ + QG = 3BE$, u. s. w.

33. I. Nennt man den in der ersten Zeiteinheit beschriebenen Totalraum S, und den im letzten Momente dieser Zeit durch den letzten Impuls der wirkenden Kraft durchlaufenen Raum s, so ergiebt sich hieraus folgender allgemeine Ausdruck für den in gleichen Zeiten mit gleichförmig beschleunigter Bewegung zurückgelegten Totalraum:

$$S,\ 3S-s,\ 5S-2s,\ 7S-3s,\ 9S-4s \ldots.$$

welcher das allgemeine Gesetz bezeichnet, welchem diese Bewegung unterworfen ist.

II. Zugleich folgt eben hieraus, daß das gewöhnliche Gesetz für die gleichförmig beschleunigte Bewegung: die in gleichen auf einander folgenden Zeiten zurückgelegten Räume verhalten sich wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7, 9, ... nicht mit mathematischer Schärfe erwiesen sey, indem man sieht, daß die Räume hierbey etwas größer werden, als es der Natur der gleichförmig beschleunigten Kraft angemessen ist.

34. I. Aus diesem Gesetze (33. I.) geht nun auch das Verhältniß der Räume hervor, welche das Bewegliche in den zusammengenommenen Zeiteinheiten beschreibt. Es ist nämlich der Raum

Für die 1ste Zeitperiode $= S$

Für die 1ste und 2te $= S + 3S - s = 4S - s$

Für die 1ste, 2te u. 3te $= 4S - s + 5S - 2s = 9S - 3s$

Für d. 1ste, 2te, 3te u. 4te $= 9S - 3s + 7S - 3s = 16S - 6s$

F. d. 1., 2te, 3te, 4te u. 5te $= 16S - 6s + 9S - 4s = 25S - 10s$

woraus sich die Progression:

$S,\ 4S - s,\ 9S - 3s,\ 16S - 6s,\ 25S - 10s,$

$34S - 16s,\ 49S - 23s\ \ldots.$

für diese summirten Räume ergiebt.

II. Gewöhnlich setzt man für diese Räume das Verhältniß der Zahlen 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49 u. s. w. und sagt, die Räume, welche in zusammengenommenen Zeiteinheiten beschrieben würden, verhielten sich wie die Quadrate dieser Zeiten. Allein aus dieser Darstellung wird es ersichtlich, daß dieses Gesetz für die Zunahme der Räume zu groß sey, und daß man es nicht mit voller Strenge auf die gleichförmig beschleunigte Bewegung anwenden könne.

35. Auch das dritte Gesetz, welches man für diese Bewegung aufstellte, daß nämlich der Raum, welchen

das Bewegliche am Ende irgend einer Zeiteinheit mit der durch die Beschleunigung erhaltenen Kraft binnen der eben so großen Zeit durch den doppelten Raum vermöge der Trägheit getrieben würde, wenn die beschleunigende Kraft in dieser folgenden Zeit zu wirken aufhörte, ist nicht im strengsten Sinne auf die gleichförmig beschleunigende Bewegung anwendbar. Denn wenn am Ende der Zeit AB die beschleunigende Kraft nicht fortwirkte, so würde, nach dem Gesetze der Trägheit, in der Zeit BC = AB, der Raum der Linien aus den Puncten h, i, k .... C, nach der Linie EL zurückgelegt werden. Dieser Raum ist aber wieder so groß, als die doppelte Summe der Parallellinien im Dreyecke ABE weniger der Linie BE. Folglich ist auch der in der zweyten Zeiteinheit beschriebene Raum nicht vollkommen das Doppelte von dem in der ersten zurückgelegten Raume. Das eigentliche Gesetz dieses Wachsthums wird also durch folgende Verhältnisse ausgedrückt:

S : 2S — s für die erste und zweyte Zeiteinheit.
4S — s : 8S — 2s für die zweyte und vierte —
9S — 3s : 18S — 3s für die dritte und sechste —
16S — 6s : 32S — 4s für die vierte und achte — u. s. f.

36. So wäre also aus der Natur der gleichförmig beschleunigend wirkenden Kraft bewiesen, daß die bisher

von allen Physikern und Mathematikern als wahr angenommenen Gesetze nicht mit voller Schärfe auf diese Bewegung angewendet werden können, und daß die Beschleunigung der Räume nach einer kleinern Progression zunehmen müsse. Zur größern Deutlichkeit will ich mit dieser geometrischen Darstellung noch eine arithmetische verbinden, damit man sehe, wie beyde in größter Genauigkeit mit einander übereinstimmen. Dieses wird zugleich zur Erläuterung jener Systeme dienen, welche, wie im zweyten Abschnitte ist gezeigt worden, von verschiedenen Autoren zum Beweise dieser Lehre, zum Grunde gelegt werden.

37. I. Es sey t die zur Einheit angenommene Zeit, n die Anzahl der kleinen Momente, welche man in t für die Wirkung der beschleunigenden Kraft annimmt, und a stelle den Raum vor, der binnen einem dieser kleinen Zeittheilchen zurückgelegt wird. Bey dieser Annahme wird die Progression a, 2a, 3a, 4a, 5a .... na die einzelnen Räume vorstellen, welche in der Zeit t durchlaufen werden. Ihre Summe stellt folglich den Totalraum vor, welchen das Bewegliche am Ende der Zeit t beschrieben hat. Dieser ist also $= (a + na)\,\frac{n}{2}$ $= \frac{na + n^2 a}{2}$.

II. Setzt man diese Progression in (I.) für die zweyte Zeiteinheit = t fort, so entsteht hieraus für n Glieder, folgende Reihe:

$$(n+1)a, (n+2)a, (n+3)a, (n+4)a \ldots . 2na,$$

worin die Summe aller Glieder wieder den Raum vorstellt, welcher in der zweyten Zeiteinheit beschrieben wird. Diese Summe ist aber $= ((n+1)a + 2na) \frac{n}{2}$

$$= (na + a + 2na) \frac{n}{2} = (3na + a) \frac{n}{2}$$

$$= \frac{3n^2a + na}{2}.$$

III. Vergleicht man diese beyden gefundenen Werthe (in I. u. II.) mit einander, so erhellet, daß dem in der Zeit 2t beschriebenen Raume $\frac{3n^2a + na}{2}$ noch die Größe $\frac{2na}{2} = na$ fehle, um das Dreyfache des in der Zeit t zurückgelegten Raumes $\frac{n^2a + na}{2}$ zu seyn. Dieses Product na gleicht aber dem Raume, der im letzten Momente der Zeit t beschrieben wurde, und stimmt seiner Bedeutung nach, mit der Linie BE in der obigen Figur überein. Folglich ist der in 2t zurückgelegte

Raum nicht genau dreymal so groß, als der in t beschriebene.

IV. Für die Zeit 3t ergäbe sich für die einzelnen Räume folgende Progression:

$$(2n+1)a,\ (2n+2)a,\ (2n+3)a\ \ldots\ldots\ 3na,$$

woraus die Summe aller Glieder, oder der Totalraum $= ((2n+1)a + 3na)\frac{n}{2} = (2na + a + 3na)\frac{n}{2}$ $= (5na + a)\frac{n}{2} = \frac{5n^2a + an}{2}$ wird. Dieser Werth ist aber um $\frac{4an}{2} = 2an$ kleiner als er seyn müßte, um das Fünffache des Raums für die Zeit t zu seyn. Daher ist auch der in 3t beschriebene Raum um 2an (d. h. um die Linie CF in der 5. Figur) kleiner als das Fünffache des Raums in der Zeit t.

V. Setzt man diese Schlüsse fort, so ist es einleuchtend, daß man auf diesem arithmetischen Wege die nämlichen Resultate, wie durch die oben eingeschlagene geometrische Methode erhält, und es läßt sich auch auf diese Weise darthun, daß die Wahrheit der beyden andern Gesetze für die gleichförmig beschleunigte Bewegung nicht mit voller Evidenz bewiesen werden kann.

38. Durch die bisherige Entwickelung dieser Lehre ist es also, wie mir scheint, ausser allen Zweifel gesetzt, daß die drey Gesetze, welche man allgemein als streng erwiesene Regeln für die gleichförmig beschleunigende Bewegung aufstellte, nicht als solche angesehen werden dürfen, wenn man von dem wahren Begriff einer beschleunigend wirkenden Kraft ausgeht. Um dieses hier desto mehr zu erläutern, und zugleich eine Anwendung auf die Theorie des freyen Falls der schweren Körper zu machen, muß ich noch folgende Berachtungen beyfügen.

39. Wenn man das Verhältniß kennt, welches zwischen S und s statt findet (33.), so lassen sich sehr leicht die Räume berechnen, welche durch die Wirkung der beschleunigenden Kraft von dem Beweglichen in gleichen auf einander folgenden Zeiteinheiten durchlaufen werden. Es sey z. B, die Zeitsecunde in 8 gleiche Theile getheilt, in deren jedem die Kraft einmal von neuem auf das Bewegliche wirkt, und der Raum für dieses erste Zeitmomentchen werde = 1 gesetzt, so wird s = 8 und $S = (1 + 8) \times \frac{8}{2} = 9 \times 4 = 36$; folglich 3 S 36 × 3 = 108. Der zu Ende der zweyten Secunde beschriebene Raum wäre also = 3 S — s = 108 — 8 = 100, und es verhielt sich S : 3 S — s = 36 : 100.

Theilt man die Secunde in 16 gleiche Theile, so wird $s = 16$, und $S = (1 + 16) \times \frac{16}{2} = 17 \times 8 = 136$; daher $3S = 136 \times 3 = 408$ und $3S - s = 408 - 16 = 392$; folglich hier $S : 3S - s = 136 : 392$.

Setzt man in der Secunde 32 einzelne Wirkungen der Kraft, so ist hier $s = 32$, und $S = (1 + 32) \times \frac{32}{2} = 33 \times 16 = 528$, also $3S = 528 \times 3 = 1584$ und $3S - s = 1584 - 32 = 1552$, daher denn $S : 3S - s = 528 : 1552$.

40. Wenn man, nach der bisherigen Bezeichnung, die Zeiteinheit $AB = t$, den in ihr beschriebenen Raum $ABC = S$, die Anzahl aller in t enthaltenen Zeitmomente $= n$, und dem im letzten dieser Momente beschrieb.nen Raum $BE = s$ setzt, so ist es aus dem Vorhergehenden erwiesen, daß dem in $2t$ zurückgelegten Raume die Größe s fehle, um $= 3S$ zu seyn. Nimmt man nun die Menge der in t enthaltenen Theilchen $= 2n$, so ist klar, daß s ein kleinerer Theil von S, und folglich auch von $3S - s$, für die zweyte Zeiteinheit, werde. Setzte man die Anzahl der Theilchen in $t = 3n$, so folgte wieder, daß s ein noch kleinerer Theil von S und eben so auch von $3S - s$, für die dritte Zeiteinheit, werden müsse. Ueberhaupt ist hieraus ersichtlich,

daß das Gesetz, welches das Wachsthum der Räume für die zwey ersten gleichen Zeiten ausdrückt, dem Verhältniß der Zahlen 1 : 3 immer näher rücke, je mehr einzelne Wirkungen der beschleunigenden Kraft in der Zeiteinheit angenommen werden. Allein es ist eben so einleuchtend, daß dieses Verhältniß nie, d. h. bey einer noch so großen Menge von Theilchen in t, dem Verhältniß von 1 : 3 vollkommen genau gleich werden könne, weil s immer eine solche Größe ist, welche mit 3 S verglichen werden kann, und gegen diese 3 S nicht als eine wahre Nulle anzusehen ist. Dieses Alles läßt sich sehr deutlich durch Zahlen erläutern, indem man t zuerst z. B. in 8, dann in 16, 32, 64, 128 u. s. f. gleiche Momente eintheilt, und nun die Räume S und 3 S — s besonders berechnet.

40. Aus dieser Betrachtung ergeben sich nun folgende allgemeine Schlüsse für eine jede gleichförmig beschleunigende Bewegung:

I. Je kleiner die einzelnen Momente sind, in welchen sich die beschleunigende Kraft in ihrer Wirkung auf den Körper wiederholt; oder je mehr man solcher einzelnen Wirkungen in einer bestimmten Zeit annehmen kann,

desto mehr wird sich das Wachsthum der vom beweglichen Körper in gleichen Zeiten zurückgelegten Räume der Progression der Zahlen 1, 3, 5, 7, 9 .... annähern; jedoch dergestalt, daß sich diese beschriebenen Räume niemals in größter Schärfe durch diese Progression darstellen lassen.

II. Je größer hingegen diese einzelnen Zeittheilchen sind, in denen die Kraft ihre Wirkung wiederholt äußert, oder je weniger Wirkungen man in einer bestimmten Zeiteinheit annimmt, desto mehr wird sich die Zunahme der in gleichen Zeiten beschriebenen Räume von der Progression der Zahlen 1, 3, 5, 7, 9 .... entfernen.

41. Es ist also klar, daß das allgemeine Gesetz für das Wachsthum der Räume in gleichen Zeiten, nämlich: S, 3S—s, 5S—2s, 7S—3s, 9S—4s .... unzählig verschiedene Resultate geben kann, je nachdem S : s verschieden angenommen wird. Dieses Verhältniß hängt aber sowohl von der Menge der in der Zeiteinheit enthaltenen Theilchen, als auch von der Größe

des Raumes ab, welchen das Bewegliche durch den ersten Impuls der Kraft in dem ersten dieser Zeittheilchen beschreibt. Will man also die in gleichen Zeiteinheiten beschriebenen Räume durch Zahlen ausdrücken, so muß sowohl die Menge der einzelnen Kraftäußerungen in dieser Zeit, als auch die Größe des Raums gegeben seyn, der binnen einem dieser Momente zurückgelegt wird. Wäre z. B. die Einheit eine Zeitsecunde, die Menge der Kraftäußerungen in ihr = 100 und der in dem ersten hunderten Theile der Secunde zurückgelegte Raum = 1 Fuß, so wäre $s = 100$ und $S = (1 + 100) 50 = 101 \times 50 = 5050$, folglich die in aufeinander folgenden Zeitsecunden beschriebenen Räume

5050, $3 \times 5050 - 100$, $5 \times 5050 - 200$, $7 \times 5050 - 300$ ....

oder die Räume wären

5050, 15050, 25050, 35050 ....

42. Die merkwürdigste gleichförmig beschleunigende Kraft, die wir in der Natur antreffen, ist die Schwerkraft, welche die Körper auf unserer Erde afficirt. Schon ganz gewöhnliche Versuche lehren es, daß die freyfallenden Körper sich immer mit größerer Geschwindigkeit bewegen, je länger sie in ihrem Falle begriffen

sind. Man sagt aber auch, daß die Schwere eine ununterbrochen oder stetig wirkende Kraft sey, und beweiset dieses dadurch, daß die schweren Körper den Druck auf ihre Unterstützungen in jedem Momente der Zeit, folglich ununterbrochen äußern. Allein, wenn man bedenkt, daß es kein Kraft geben könne, welche, im wahren Sinne des Worts, ohne Unterbrechung auf die beweglichen Körper wirke, so muß man auch der Schwerkraft diese Stetigkeit in ihrer Wirkung absprechen, weil in dem Vorhergehenden bewiesen worden ist, daß jede fortgesetzt wirkende Kraft nur durch Unterbrechung ihre Wirkung äußern könne. Wenn wir also gleich einen stetigen, d. h. immerwährenden Druck zu empfinden glauben, indem wir z. B. einen an einen Faden aufgehängten Stein mit der Hand halten, so folgt aus diesem Scheine so wenig die Wahrheit, als wir von dem Wahrnehmen eines feurigen Kreises, der durch einen herumgeschleuderten brennenden Körper entsteht, auf die Wirklichkeit einer solchen zusammenhängenden feurigen Kreislinie mit Zuversicht schließen dürfen. Die Folge ist vielmehr nur diese, daß die wiederholten Wirkungen der Schwere so schnell auf einander folgen, daß es unserer Empfindung unmöglich ist, diese Unterbrechungen zu bemerken. Daher muß auch die Schwerkraft als eine wirklich unterbrochene und nur scheinbar stetig wirkende Kraft angesehen werden. —

Daß aber die Schwere auch immer mit gleicher Stärke ihre Wirkung auf den Körper äußern, und daß sich hier für kleine Entfernungen von der Oberfläche der Erde gar keine angebbare Verschiedenheit annehmen lasse, kann daher geleitet werden, weil das Gewicht eines Körpers dasselbe bleibt, man mag es näher oder entfernter von der Erdoberfläche betrachten, wenn diese Entfernungen nur nicht zu groß gesetzt werden.

43. Wollen wir also das Wachsthum der Räume bestimmen, welches für die freyfallenden Körper in gleichen Zeiten statt findet, so könnte man wohl aus dem unterbrochen scheinenden Drucke, den die Körper auf ihre Unterstützungen ausüben, mit Wahrscheinlichkeit den Schluß ziehen, daß sich die einzelnen Wirkungen der Schwerkraft auf die Körper sehr schnell wiederholen müssen, und daß folglich die Größen

$$S,\ 3S - s,\ 5S - 2s,\ 7S - 3s \ldots.$$

nicht sehr viel von der Reihe der Zahlen 1, 3, 5, 7, 9 .... entfernt seyn dürften. Allein mit mehr Sicherheit schließt man vielmehr umgekehrt aus den mit Sorgfalt angestellten Versuchen, nach welchen die in einzelnen auf einander folgenden Zeitsecunden

beschriebenen Räume sich ziemlich genau wie die Zahlen

15,625; 3×15,625; 5×15,625; 7×15,625 ....

verhalten, daß die Schwerkraft ihre einzelne Kraftäußerungen sehr schnell, und deshalb auf eine für uns unempfindbare Weise, wiederhole.

44. Aus Allem diesem ergiebt sich also nunmehr die richtige Folge, daß der wahre, durch diese Schrift fortgesetzte, Begriff von der gleichförmig beschleunigend wirkenden Kraft dem Phänomen der Schwerkraft nicht nur nicht widerspreche, sondern daß sich selbst diese Phänomene an jenen Begriff ganz ungezwungen anschliessen.

Neue Bücher.

Bey Mohr und Zimmer in Heidelberg sind in der letzten Messe folgende Werke erschienen:

Bericht, allgemeiner (raisonnirender), von neuen Büchern und Kunstsachen. Jahrgang 1807. No. 1 — 5. (erscheint monatlich) 8. d. Jahrg. geh. 1 Rthlr.

Brauer, J. N. F. Beiträge zu einem Staatsrecht der rheinischen Bundes-Staaten. gr. 8. (in Commission) 1 Rthlr.

Creuzer, G. F. Das akademische Studium des Alterthums. gr. 8. --------------------- 12 ggr.

Entweder wunderbare Geschichte von Bogs dem Uhrmacher, wie er zwar längst das menschliche Leben verlassen, nun aber doch in der bürgerlichen Schützen-Gesellschaft aufgenommen zu werden Hoffnung hat; oder die über die Ufer der Badischen Wochenschrift ausgetretne Conzert-Anzeige. Mit 1 ill. Kupfer. 8. geh. ----------------------------- 6 ggr.

Eschenmayer, H. D. Anleitung zu einer systematischen Einrichtung des Staats-Rechnungs-Wesens. Mit allen nöthigen Formularen. 2 Bände. gr. 8. 4 Rthlr.

Fries, J. F. neue Critik der Vernunft. 1. Band. gr. 8. 1 Rthlr. 20 ggr.

— — Fichte's u. Schelling's neueste Lehren von Gott und der Welt, beurtheilt. 8. geh. ------ 9 ggr.

Gaum, Hofrath, praktische Anleitung zu vollständigen Armen-Polizey-Einrichtungen. 8. ---- 1 Rthlr.

Gmelin, C. O. flora Badensis Alsatica confinium regionem cis et transrhenano plantas a lacu Bodamico usque ad confluentem Mosellae et Rheni, sponte nascentes exhibens sec. syst. sex. c. icon ad nat. del. 2 Vol. 8 maj. (in Commiss.) --------------------- 6 Rthlr.

Grimm, A. L. Reise nach Goldau und Lauwerz, nach dem Bergfalle. 8. geh. ------------- 2 ggr.

Kastner, K. W. G. Grundriß der Chemie 1r Theil gr. 8. 1 Rthlr. 8 ggr.

— — — Beyträge zur Begründung einer wissenschaftlichen Chemie. 2r Theil. gr. 8. -- 22 ggr.

Langsdorf, K. C. Handbuch der gemeinen und höhern Mechanik, mit besonderer Rücksicht auf Hydrotechnik. Mit 7 Kupfertafeln. gr. 8. 2 Rthlr. 16 ggr.

Loos, J. J. Johannes Baptista von Helmont. 8. 8 ggr.

Schwarz, F. H. C. Einrichtung des pädagogischen Seminariums auf der Universität zu Heidelberg. gr. 8. geh. -------------------------- 2 ggr.

Sponek, Gr. v., Forstwissenschaftliche und botanische Abhandlungen. 1r Th. Mit einem ill. Kupf. 8. 20 ggr.

Windischmann, K. J. von der Selbstvernichtung der Zeit und der Hoffnung zur Wiedergeburt. 8. 1 Rth. 12 ggr.

Zachariae, C. S. jus publicum civitatum, quae foederi Rhenano adscriptae sunt. 8 maj. 9 ggr.

Zur Michaelis-Messe 1807.

Fries, J. F. neue Kritik der Vernunft. 2r u. 3r Band. gr. 8.

Görres, J. die deutschen Volksbücher. 8. geh.

Heidelbergs Polizey-Gesetze; von W. Deurar. 8 ggr.

Langsdorf, K. C. Handbuch zur Erläuterung der wichtigsten Gegenstände der Technologie. 2 Bände. Mit vielen Kupfern. gr. 8.

Martin, C. Rechtsgutachten und Entscheidungen der Heidelberger Juristen-Fakultät. 1. Band. gr. 8.

Primavesi, G. Ansichten aus dem Murgthal. Mit erkl. Text vom Prof. Schreiber. 1s Heft. Querfolio illum. 5 Rthlr. schwarz 2 Rthlr.

Studien; herausgegeben von Daub und Creuzer, 1807. oder 3r Jahrgang 1s Heft.

Voß, J. H. über Gleim's Briefsammlung und letzten Willen. gr. 8. geh. ------------------ 6 ggr.

Weber, H. B. vom Selbstgefühle und Mitgefühle; ein Beytrag zur pragmat. Anthropologie. gr. 8. 16 ggr.

Sechs kleine Ansichten von Heidelberg. Für Stammbücher. 8 ggr. colorirt -------- 1 Rthlr. 8 ggr.

A a b c d e f g B H
a1 b3 c6 d10 e15 f21 g28 h36
p q r s t u v E V
A Q D d E F G H B G K
M.
K b
1 Sec. 2 Sec.
A B G C E F
1 Sec. 2 Sec. 7 Sec.
A B C H K
Fig. 5.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Hoffmann, Johann Josef Ignaz von,

Die Lehre von der gleichförmig beschleunigten Bewegung aus dem wahren Begriffe der gleichförmig beschleunigend wirkenden Kraft abgeleitet

Heidelberg 1807

Phys.sp. 303
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10133923-3